

Modelación de Medidas y Norma en Finanzas*

Guillermo Sierra Juárez

Universidad de Guadalajara

CUCEA

International Finance Conference 2014

Financial Markets and Corporate Finance: Beyond
the Crisis

***Modelación de Teoría de Norma en Finanzas**

Resumen

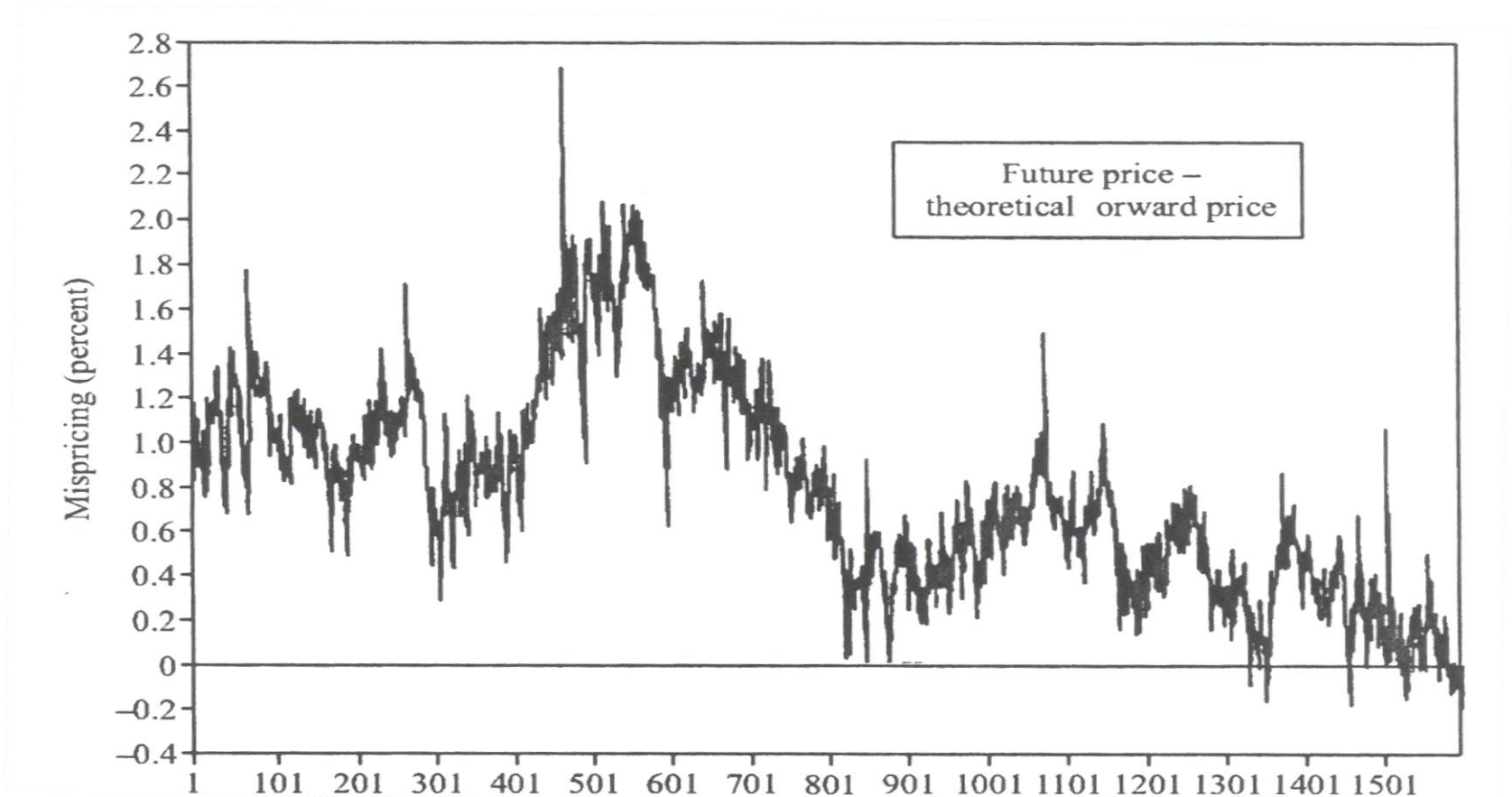
A partir de las ideas y conceptos de la teoría de norma (Gauge Theory), aplicadas con éxito en física (por ejemplo, electromagnetismo y gravitación) y de las definiciones de los mismos conceptos matemáticos, se busca la aplicación a al área de finanzas, en particular en los derivados financieros (teoría de Black-Scholes) y la teoría de portafolio CAPM. De forma particular, para determinar precios cuando existe arbitraje aunque se suponga de manera virtual. Después de construir las estructuras y herramientas en teoría de norma, además de recuperar los casos tradicionales, se busca la generalización y soluciones a casos fuera de equilibrio. Al final se contrastan los resultados obtenidos.

Temario

- Motivación
- El Modelo
- Resultados
- Conclusión
- Bibliografía

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

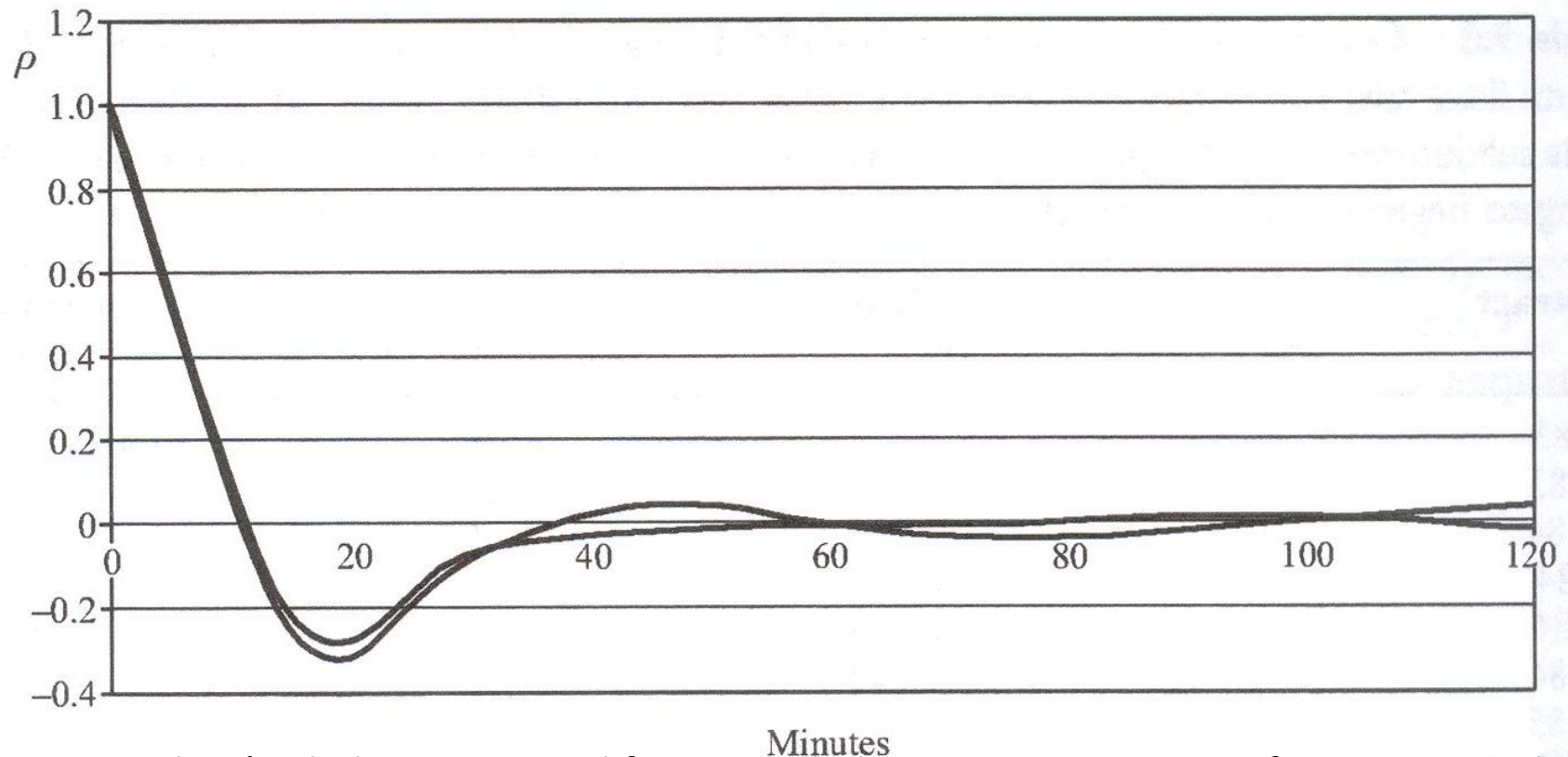
Diferencia Precios Teóricos y de Mercado (Futuros)



Error en precios futuros Diciembre 1984 S&P, De Lo. A.W. And MacKinlay A.C.: A Non-Random Walk Down Wall Street (También de Ilinski K., 2001, *Physics of Finance: Gauge Modelling in Non-equilibrium Pricing*, , NY USA, John Wiley and Sons, Octubre 2014)

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

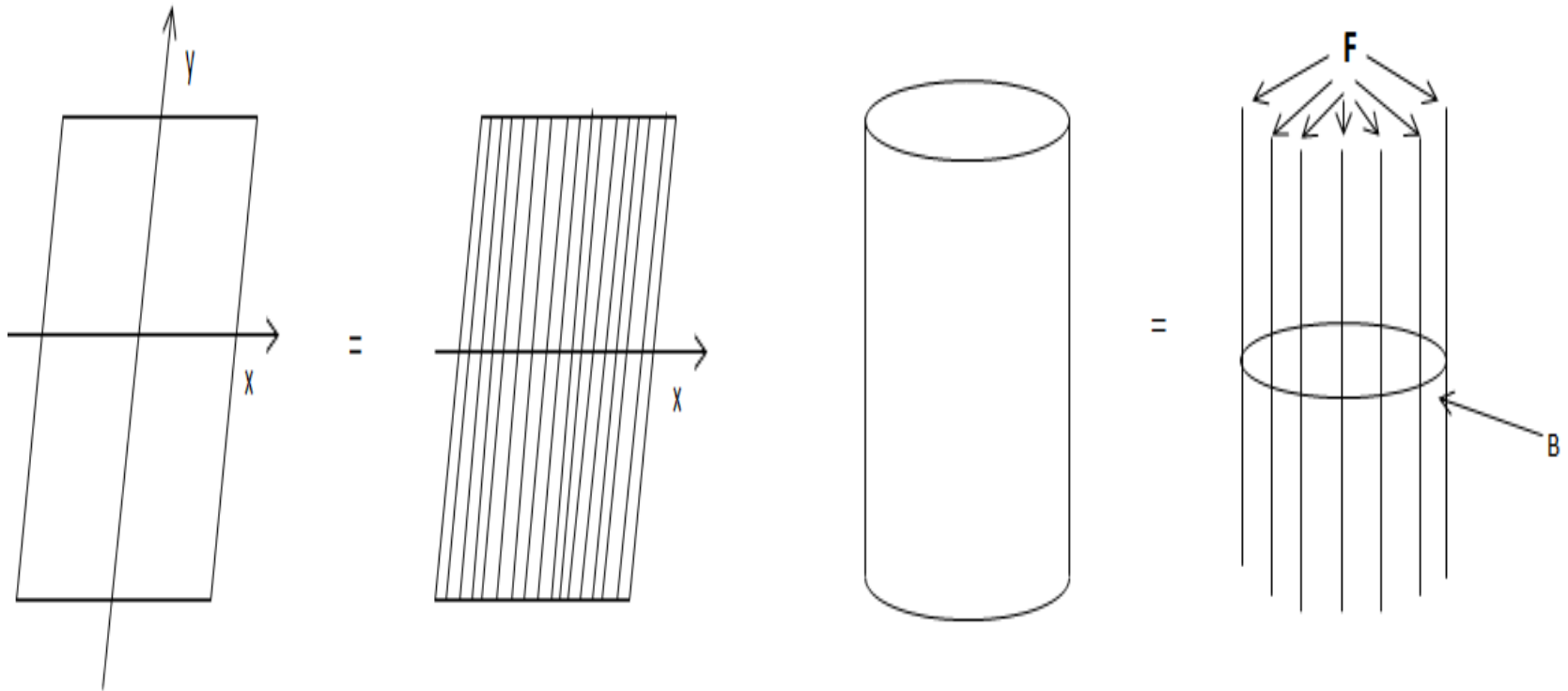
Diferencia Precios Teóricos y de Mercado (Futuros)



Autocorrelación de las primeras diferencias de los errores en precios futuros Diciembre 1985, 1983 y 1987 S&P, De Lo. A.W. And MacKinlay 1999 (Ilinski K., 2001, *Physics of Finance: Gauge Modelling in Non-equilibrium Pricing*, , NY USA, John Wiley and Sons)

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Haz Fibrados



Un haz Fibrado **E** consiste de una base **B** e idénticas fibras **F** que son pegadas o unidas en cada punto de la base B para conformar un espacio completo. Se tiene dos diferentes sistemas de coordenadas o grados de libertad (interno y externo).

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

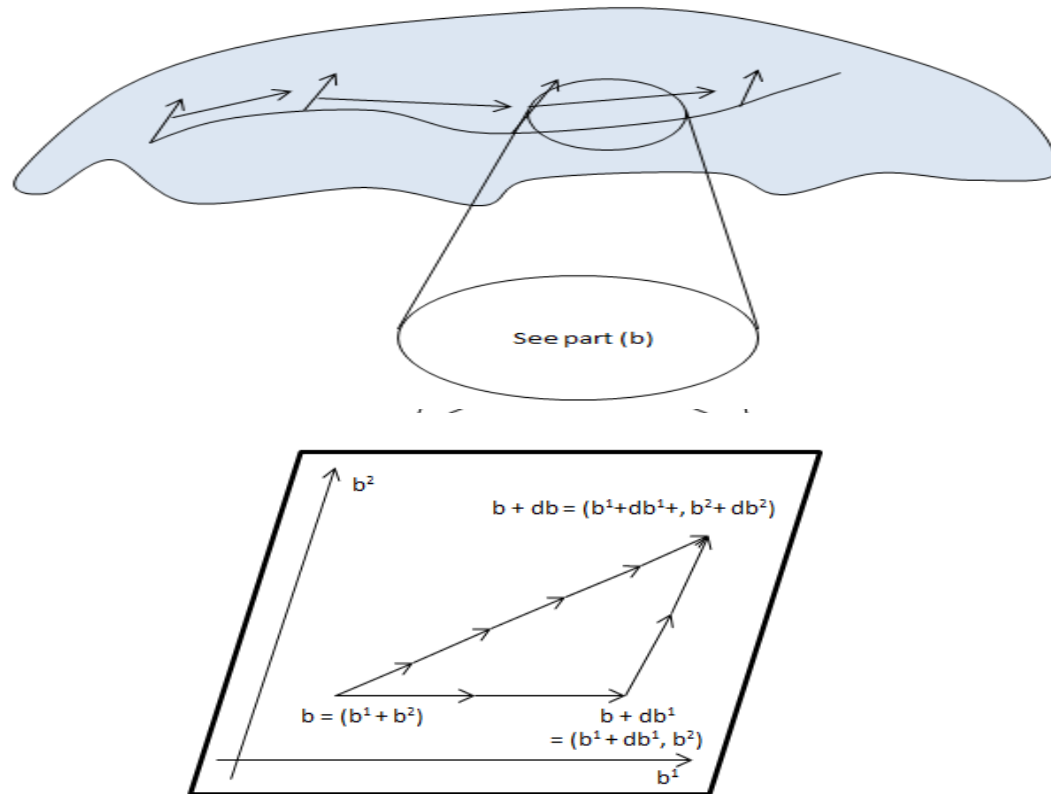
Conexiones

- A la regla de comparación se le llama conexión
- Un campo de normalización es el campo de conexiones más global y tiene tantas componentes como número de coordenadas independientes en la base
- El ajuste entre los sistemas de coordenadas de dos fibras, puede calcularse como el producto escalar de la diferencia entre los puntos de la base

$$\Delta F(b) = db \cdot AF \equiv \sum_{i=1}^{dimB} A^i F(b) \cdot db^i$$

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

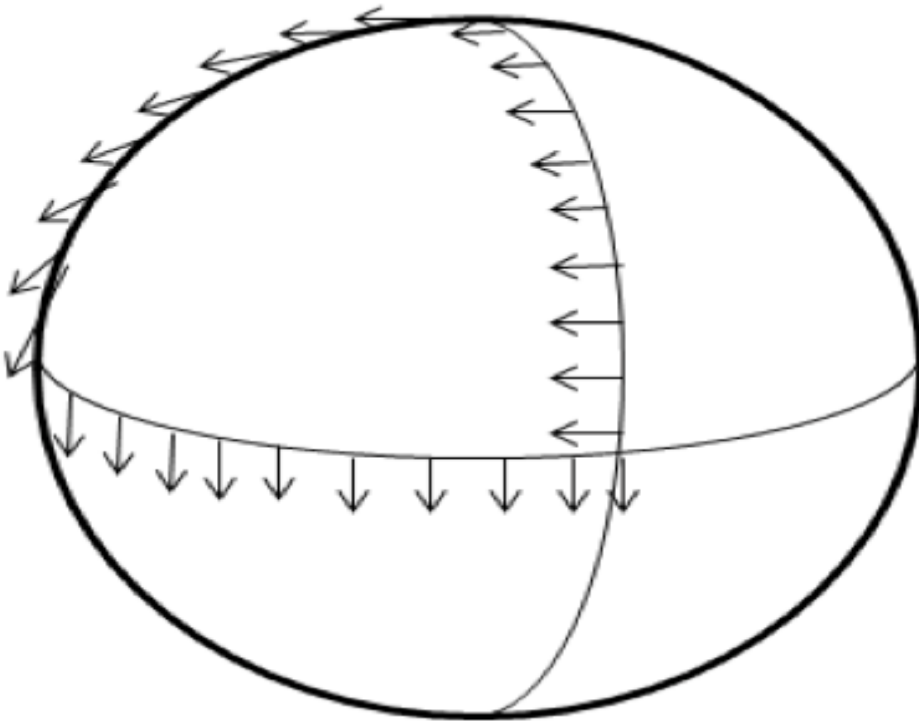
Transporte Paralelo



Cualquier transporte paralelo global se construye de transporte paralelo local y cada uno de estos resulta de transporte paralelo a lo largo de una dirección principal en la base

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Transporte Paralelo



La regla de transporte paralelo a lo largo de un círculo:

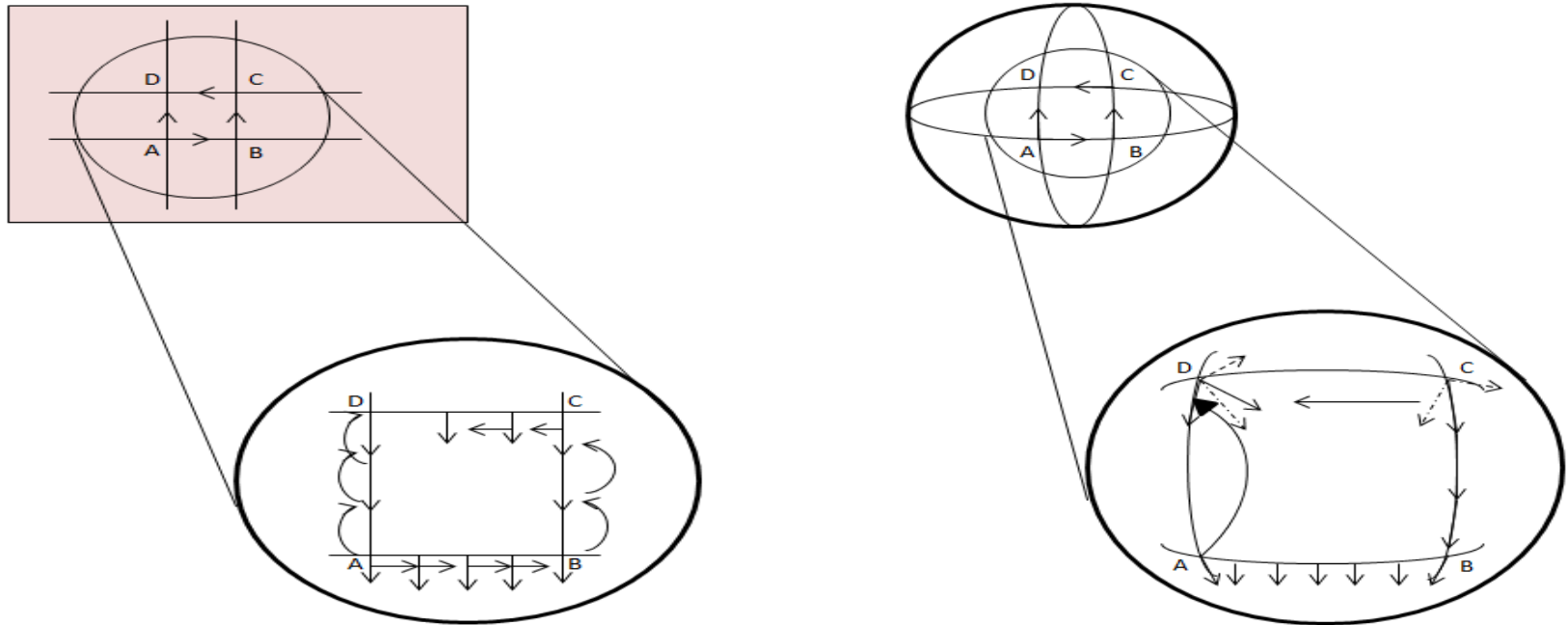
Un vector f_1 tangente al punto b_1 es transportado al vector f_2 tangente al círculo en b_2 .

El vector f_3 es ortogonal al círculo en b_1 transporta al vector f_4 ortogonal al círculo en b_2 .

El transporte paralelo a lo largo de los segmentos de un triángulo de una esfera, el resultado es la rotación de 90° comparado con el vector inicial.

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Transporte Paralelo y Curvatura

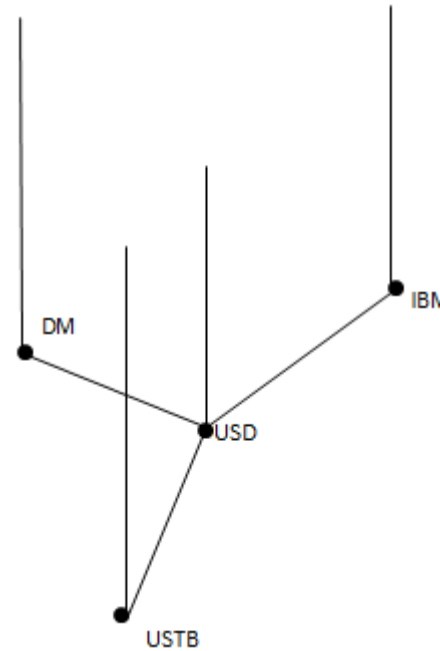
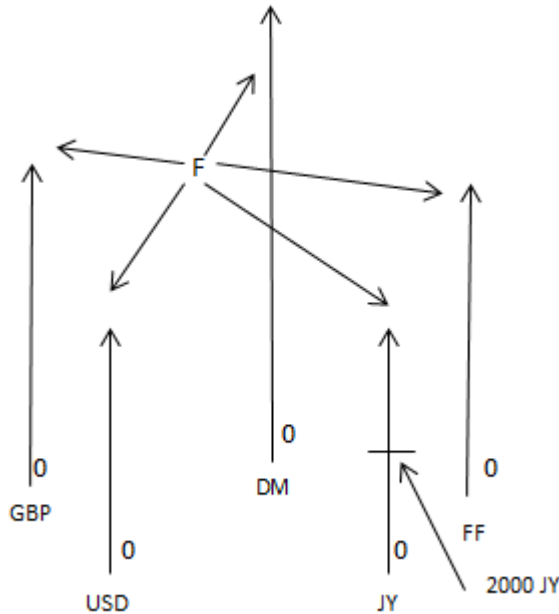


Un transporte paralelo no trivial resulta de una curvatura esférica, si se aplica las mismas reglas de transporte paralelo en un plano no se produce rotación

La curvatura es una medida que señala la diferencia producida del transporte paralelo y se debe a la existencia de una fuerza en el sistema. El exceso de rendimiento en una operación de arbitraje representa la curvatura asociada para algún activo

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

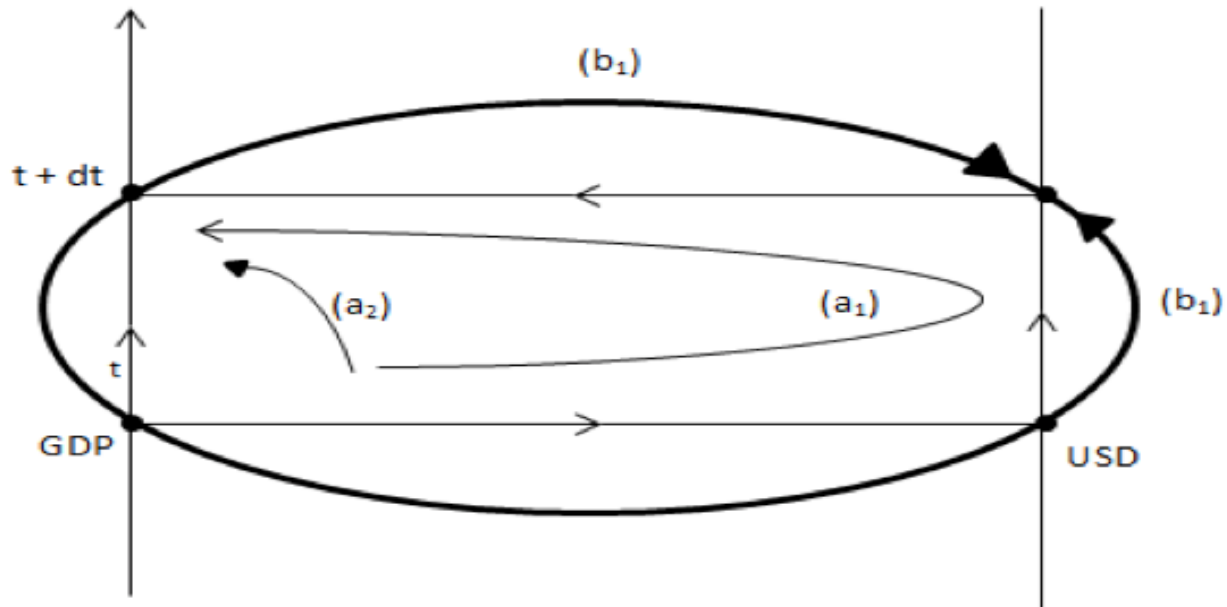
Haz Fibrado en Finanzas



Haz Fibrado aplicado a divisas, el plano es la base y las semilíneas las fibras, la idea se puede aplicar también a acciones u otros activos y a los cálculos de valor presente

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Transporte Paralelo en Finanzas



Con el resultado de transporte paralelo de dos curvas se pueden detectar oportunidades de arbitraje

Haz Fibrado: Matemática

Definición: Un haz fibrado suave es un objeto compuesto de la siguiente forma

1. Un campo suave E es llamado espacio total (haz)
2. Un campo suave B es llamado espacio base
3. Un mapeo suave $E \rightarrow B$ llamada proyección, cuyo Jacobiano se requiere tengan un rango máximo $n = \dim B$ para todo punto
4. Un campo suave F es llamado la fibra
5. Un grupo G de transformaciones suaves de la fibra F (esto implica que la acción $G \times F \rightarrow F$, este grupo es llamado estructura de grupo del haz fibrado)

6. Una estructura de haz fibrado vincula las entidades anteriores. La base B viene con un sistema de coordenadas vecinales o graficas encima de cada una de las cuales del producto directo vía un difeomorfismo $\phi_i: F \times U_i \rightarrow p^{-1}(U_i)$ que satisface $p\phi(f, x) = x$, las transformaciones $\lambda_{ij} = \phi_j^{-1} \circ \phi_i: F \times U_{ij} \rightarrow F \times U_{ij}$ donde $U_{ij} = U_i \cap U_j$

Son llamadas funciones de transición de los haz fibrados. Toda transformación λ_{ij} tiene la forma $\lambda_{ij}(f, x) = (T^{ij}f, x)$

1) Motivación **2) El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Conexión

EL siguiente paso es definir la forma de conectar la pre-base, la conectividad es importante para definir todas las posibles trayectorias sobre la base y los correspondientes transportes paralelos para hacer esto introducimos la matriz de vínculos $\Gamma: L_0 \times L_0 \rightarrow \{0, \pm 1\}$ definida por la siguiente regla: para cualesquiera dos elementos de la base $x \equiv (i, n) \in L_0$ y $y \equiv (k, m) \in L_0$ los elementos de la matriz de links $\Gamma(x, y)$ es cero

$$\Gamma(x, y) = 0 \quad (1)$$

Excepto en los siguientes casos

a). $i=k$ y $n=m-1$ para la condición del i -ésimo título existe un momento que no es la fecha de vencimiento del título

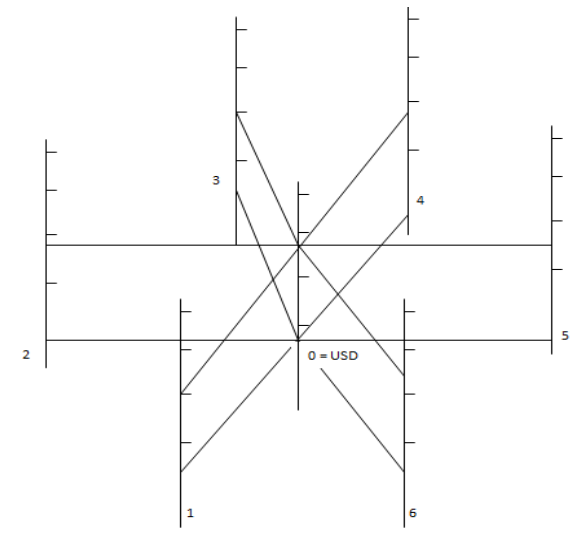
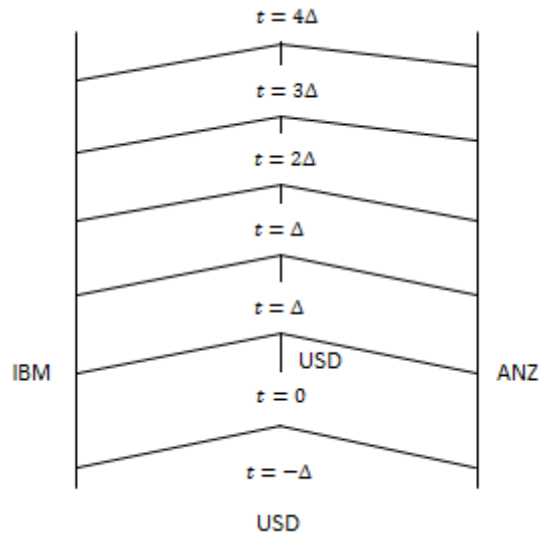
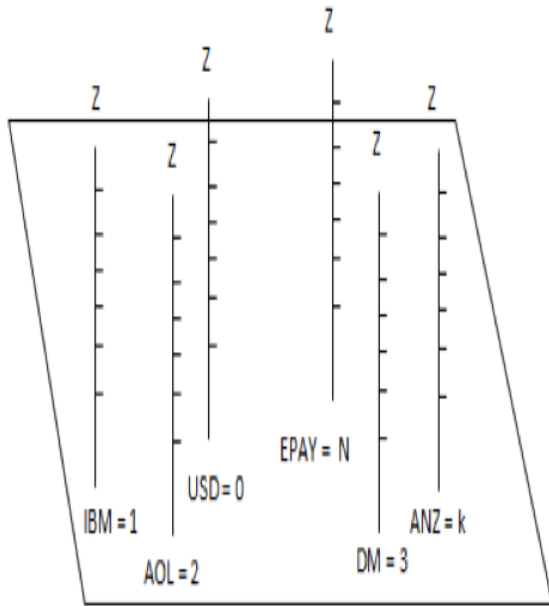
$$\Gamma(x, y) = 1 \quad \Gamma(y, x) = -1 \quad (2)$$

b). $n = m, i \neq k$ y el i -ésimo momento del tiempo el i -ésimo activo puede ser cambiado por alguna cantidad del k -ésimo activo para alguna tasa, supongamos que la transacción es instantánea, en este caso

$$\Gamma(x, y) = 1$$

1) Motivación 2) **El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Haz Fibrados y Conexiones en Finanzas



Los puntos en el plano representan los activos, mientras que las líneas son los diferentes momentos en el tiempo

Las acciones y los dólares si se encuentran en el mismo momento del tiempo. Pero entre las acciones no hay conexión

Base para una Bolsa de Valores, las acciones se conectan con los dólares

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Grupo y Haz Fibrado en Finanzas

Estructura de Grupo

El grupo G usado en el sistema financiero esta dentro del grupo de dilataciones, es decir, es un grupo de mapeos g de $\mathbb{R}_+ \equiv [0, +\infty)$ a \mathbb{R} que actua por multiplicación de alguna $x \in \mathbb{R}$ para alguna constante positiva $g(x) = \lambda(g)x$. Este grupo es de reescalamiento de unidades de activos con un factor de reescalamiento $\lambda(g)$. La función de transición de un haz fibrado con esta estructura de grupo corresponde a varios precios, tipos de cambio y factores de descuento

Haz Fibrado

Un haz fibrado es un espacio de flujo de dinero o efectivo deuda. Consideremos una sección cruzada s , en este contexto $s(x \equiv (i, m))$ da el numerador de unidades del i -ésimo activo del tiempo m . Una sección cruzada describe la evolución en el tiempo de una asignación inicial de dinero $s(i, 0)$ $i=0, \dots, N$ en el $t=0$, uno tiene $s(0, 0)$ unidades del activo 0, $S(1, 0)$ unidades del activo 1 mientras en el momento $t=m$, las correspondientes cantidades $s(0, m)$, $s(1, m)$.. $S(N, m)$ el espacio de las secciones cruzadas es el espacio de todos los posibles escenarios de movimientos de dinero o flujo de dinero.

1) Motivación **2) El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Conexión, Transporte Paralelo

Una conexión es una regla para el transporte paralelo de un elemento de la fibra de un punto de una base, digamos x a otro punto y . Una operación $U(y)$ de transporte paralelo a lo largo de la curva γ pertenece a la estructura de grupo y actúa de la fibra F_x a la F_y

$$U(y): F_x \rightarrow F_y \quad (5)$$

El operador de transporte paralelo a lo largo de la curva γ , $U(\gamma)$, es definida como un producto de operadores de transporte paralelo a lo largo de los vínculos que constituyen la curva γ

$$U(\gamma) = \prod_{i=1}^{p-1} U(x_i, x_{i+1}), \quad \gamma \equiv \{x_i\}_{i=1}^{p-1} \quad x_1 = x \quad x_p = y \quad (6)$$

significa que si dejamos definir solo los operadores de transporte paralelo a lo largo de los vínculos elementales entonces $U(\gamma) = U^{-1}(\gamma^{-1})$ esto nos restringe a una definición de estos operadores a lo largo de los vínculos elementales con una conectividad positiva. Sumando las reglas para el transporte paralelo a lo largo de los vínculos elementales con conectividad positiva y operadores de transporte paralelo a lo largo de los vínculos de asimetría.

1) Motivación **2) El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Transporte Paralelo-Curvatura

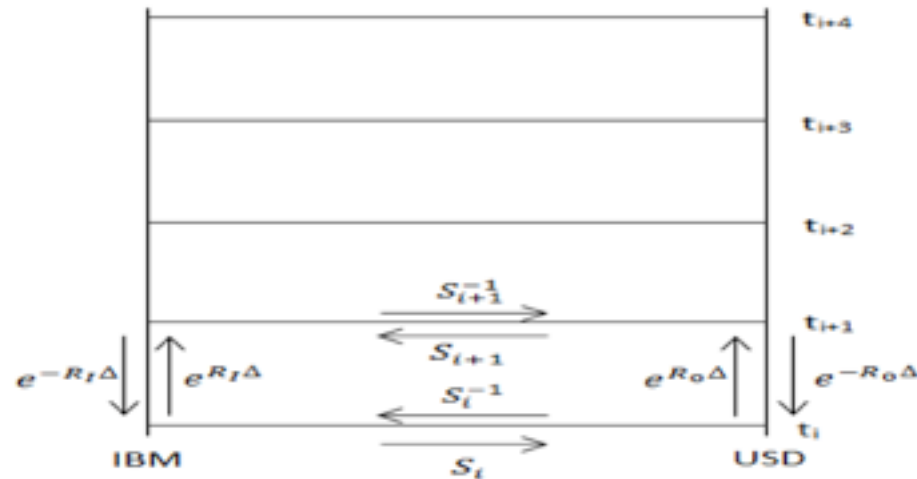
El resultado de transporte paralelo a lo largo de dos curvas diferentes con los mismos puntos de frontera no son iguales para un conjunto genérico de operadores, una medida de diferencia es el tensor de curvatura R . Sus elementos son iguales a la multiplicación resultante después de transporte paralelo a lo largo de un círculo encerrado todas las plaquetas elementales con vínculos distintos de cero en la base L

$$R_{\text{plaquetas} \rightarrow 0} = \prod_m U_m - 1$$

m corre sobre todas las plaquetas $\{U_m\}$ son los transportes paralelos correspondientes a los operadores de transporte paralelos y acordando sobre la orientación.

1) Motivación 2) **El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Transporte Paralelo y Curvatura en Finanzas



Consideremos la siguiente cantidad referente a la plaqueta efectivo-acción, que es el exceso de rendimientos de las operaciones de arbitraje

$$R^{(2)} = S_i^{-1} e^{r_1 \Delta} S_{i+1}^{-1} e^{-r_0 \Delta} + S_i e^{-r_0 \Delta} S_{i+1}^{-1} e^{-r_0 \Delta} - 2$$

En ausencia de arbitraje

$$S_i^{-1} e^{r_1 \Delta} S_{i+1}^{-1} e^{-r_0 \Delta} = S_i e^{r_0 \Delta} S_{i+1}^{-1} e^{-r_0 \Delta} = 1$$

Que se puede escribir de una forma de plaquetas más general

$$R^{(2)} = U_1 U_2 U_3^{-1} U_4^{-1} + U_3 U_4 U_2^{-1} U_1^{-1} - 2$$

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Supuestos del Modelo

1.- Dinámica de Invariancia de normalización

Las propiedades observables y los procesos dinámicos del ambiente no dependen de la elección de unidades de los activos en cuestión

2.- Incertidumbre intrínseca

El ambiente financiero real es intrínsecamente incierto, es decir, hay probabilidades distintas de cero de obtener excesos de tasas de rendimientos diferentes de las obtenidas en ambientes de certidumbre

3.- Principio de mínima acción

El exceso de la tasa de rendimiento en cualquier operación toma el valor más pequeño posible que es permitido por el ambiente económico externo

4. Localidad

La dinámica de un activo es directamente influenciada por solo activos con los que están conectados

5. Principio de Correspondencia

Cuando el flujo de dinero no entra en la teoría, la teoría tiene que ser equivalente a las finanzas matemáticas estándar, en portafolios y derivados

1) Motivación **2) El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Minimización de Acción en Distribuciones de Probabilidad de Plaquetas

De la suposición 2, el mercado financiero es intrínsecamente incierto, la distribución de probabilidad de precios y tasas generan probabilidades de encontrar valores de transporte paralelo U en vínculos elementales en la base L que dan una descripción del sistema (factor de normalización (N), acción (A))

$$P(\{S, r\}) = N e^{-A_g |S, r|}$$

De la suposición 1, de la invariancia de norma, la acción como una expansión en serie en términos de las plaquetas de curvatura R (sobre toda la suma de plaquetas elementales)

$$A_g |S, r| = \sum_{\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N\}} \alpha_{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N} (R_{\gamma_1} + 1)(R_{\gamma_2} + 1) \dots (R_{\gamma_N} + 1)$$

Si se consideran efectivo y acciones,

$$A_g(\{S, r\}) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \alpha_i (S_i^{-1} e^{r_1 \Delta} S_{i+1}^{-1} e^{-r_0 \Delta} + S_i e^{-r_0 \Delta} S_{i+1}^{-1} e^{-r_0 \Delta} - 2)$$

Y en el caso de acciones cuadráticas

$$A_g(S(\cdot)) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \sum_{l, m=1}^N \frac{1}{2} (\sigma^2(\tau))_{lm}^{-1} \left(\frac{S'(\tau_i)}{S(\tau_i)} + r_1 - r_0 \right)^2$$

1) Motivación 2) **El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Deducción de Ecuación de Black-Scholes

Considerando un elemento de tensor de curvatura para una plaqueta efectivo-derivado, las plaquetas son invariantes de norma y cambian bajo un reescalamiento de transformaciones de Norma. La acción de norma más simple con acción cuadrática

$$A_g = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left[\alpha_{11} \left(\frac{S''}{S} + r_1 - r_0 \right)^2 + \left(\frac{C''}{C} + r_2 - r_0 \right)^2 + 2\alpha_{12} \left(\frac{C''}{C} + r_2 - r_0 \right) \left(\frac{S''}{S} + r_1 - r_0 \right) \right]$$

Después de encontrar coeficientes y desarrollar

$$A_g = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \beta_1 dt \left[\left(\frac{1}{S(t)} \frac{dS(t)}{dt} + (r_1 - r_b) \right)^2 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\beta_2 dt}{(1 - \alpha)^2} \left[\left(\frac{1}{C(t)} \frac{dC(t)}{dt} + (r_2 - r_b) \right) - \alpha(t) \left(\frac{1}{S(t)} \frac{dS(t)}{dt} + (r_1 - r_b) \right) \right]^2 \right]$$

Permite llegar a la expresión para la acción

$$\int \beta_2 dt \left(\frac{\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} dt - r_b \left(C - S \frac{\partial C}{\partial S} \right)}{C - S \frac{\partial C}{\partial S}} \right)^2$$

Que en ausencia de arbitraje

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} dt - r_b \left(C - S \frac{\partial C}{\partial S} \right) = 0$$

$$C(T) = [S(T) - E] \theta (S(T) - E)$$

1) Motivación **2) El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Introducción de Arbitraje

Para introducir arbitraje de flujo de dinero, se utiliza un haz fibrado continuo, en el caso de acciones X_s , derivados X_c y una parte restante del portafolio en efectivo. Se introduce un potencial externo dentro de las acciones de los que realizan arbitraje que esencialmente es construido bajo maximización de ganancias e invariancia de norma

$$-\lambda \int \left(x_c \frac{dC}{C} + x_s \frac{dS}{S} \right)^2$$

En el caso de aversión absoluta al riesgo, las trayectorias de flujo de dinero y se tienen las soluciones

$$X_c = k \frac{C}{C - S \frac{\partial C}{\partial S}}$$

$$X_s = -k \frac{S \frac{\partial C}{\partial S}}{C - S \frac{\partial C}{\partial S}}$$

1) Motivación **2) El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Matriz de Probabilidades de Transición

El proceso de Maximización conduce a los puntos para el portafolio del arbitrarista

$$\left(k_0 \frac{C}{C - S \frac{\partial C}{\partial S}}, -k_0 \frac{S \frac{\partial C}{\partial S}}{C - S \frac{\partial C}{\partial S}} \right) \quad \left(-k_0 \frac{C}{C - S \frac{\partial C}{\partial S}}, +k_0 \frac{S \frac{\partial C}{\partial S}}{C - S \frac{\partial C}{\partial S}} \right)$$

Considerando un haz fibrado continuo y para el portafolio seleccionado, se llega a la matriz de transición normalizada

$$P(t_i, t_{i-1}) = \frac{1}{2} \operatorname{sech}^{-1} \left[\frac{1}{2} k_0 \beta \Delta \mathcal{L}_{BS} C / \left(C - S \frac{\partial C}{\partial S} \right) X \begin{pmatrix} e^{-\frac{1}{2} k_0 \beta \Delta \mathcal{L}_{BS} C / \left(C - S \frac{\partial C}{\partial S} \right)} & e^{-\frac{1}{2} k_0 \beta \Delta \mathcal{L}_{BS} C / \left(C - S \frac{\partial C}{\partial S} \right)} \\ e^{\frac{1}{2} k_0 \beta \Delta \mathcal{L}_{BS} C / \left(C - S \frac{\partial C}{\partial S} \right)} & e^{\frac{1}{2} k_0 \beta \Delta \mathcal{L}_{BS} C / \left(C - S \frac{\partial C}{\partial S} \right)} \end{pmatrix} \right]$$

1) Motivación **2) El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Propuesta de Modelo y Solución

EL Modelo Fenomenológico considerando precio de derivados con arbitraje virtual

Supongamos un momento del tiempo en que aparece una oportunidad de arbitraje, (fluctuación de rendimiento), los arbitraristas reaccionaran ante la oportunidad y esta reducirá hasta desaparecer y el mercado recupere el equilibrio. El proceso puede ser descrito

$$\frac{d\mathcal{R}}{dt} = F(\mathcal{R}), \quad \mathcal{R}(\tau) = v(\tau, \Pi)$$

La función de reacción del mercado puede ser expandida por una serie y si tomamos solamente

$$\frac{d\mathcal{R}}{dt} = -\lambda\mathcal{R}. \quad \mathcal{R}(\tau) = v(\tau, S')$$

Después de sumar sobre todas las posibles fluctuaciones, se llega a la siguiente expresión para el rendimiento del arbitraje

$$\mathcal{R}(t, S) = \int_0^t d\tau \int_0^\infty dS' e^{-\lambda(t-\tau)} P(t, S | \tau, S'), \quad t < T$$

1) Motivación **2) El Modelo** 3) Resultados 4) Conclusión 5) Bibliografía

Propuesta de Modelo y Solución

Para especificar el proceso de arbitraje $v(t, S)$ asumiendo que las fluctuaciones en diferentes tiempo y precios subyacentes son independientes del ruido blanco con varianza $\Sigma^2 f(t)$

$$\langle v(t, S) \rangle = 0, \quad \langle v(t, S)v(t', S') \rangle = \Sigma^2 \theta(T - t) f(t) \delta(t - t') \delta(S - S') \quad (65)$$

La función $f(t)$ es introducida al modelo como una dependencia del tiempo empírica de los rendimientos de arbitraje y suavisamiento de la transición al arbitraje virtual cero en la fecha de expiración, la cantidad $\Sigma^2 f(t)$ puede ser estimado del mercado

$$\frac{\Sigma^2}{2\lambda} f(t) = \left\langle \left(\frac{\mathcal{L}_{BS} C}{C - S \frac{\partial C}{\partial S}} \right)^2 (t) \right\rangle \quad (66)$$

Y tiene que anularse en la aproximación del vencimiento, tan pronto como aproximamos el rendimiento de arbitraje estocástico ha sido reemplazado por la ecuación

$$d\Pi = [r + \mathcal{R}(t, S)]\Pi dt \quad (67)$$

que puede ser reescrito

$$\mathcal{L}_{BS} C = \mathcal{R}(t, S) \left(C - S \frac{\partial C}{\partial S} \right) \quad (68)$$

Usando el operador \mathcal{L}_{BS} , completa la formulación del modelo fenomenológico. Un modelo de esta estructura fue derivado del modelo del sistema derivado-efectivo-acción, el modelo se reduce a Black-Scholes en el caso de que la reacción del mercado $\lambda \rightarrow \infty \Sigma = 0$

1) Motivación 2) El Modelo **3) Resultados** 4) Conclusión 5) Bibliografía

Precios de Opciones con arbitraje virtual

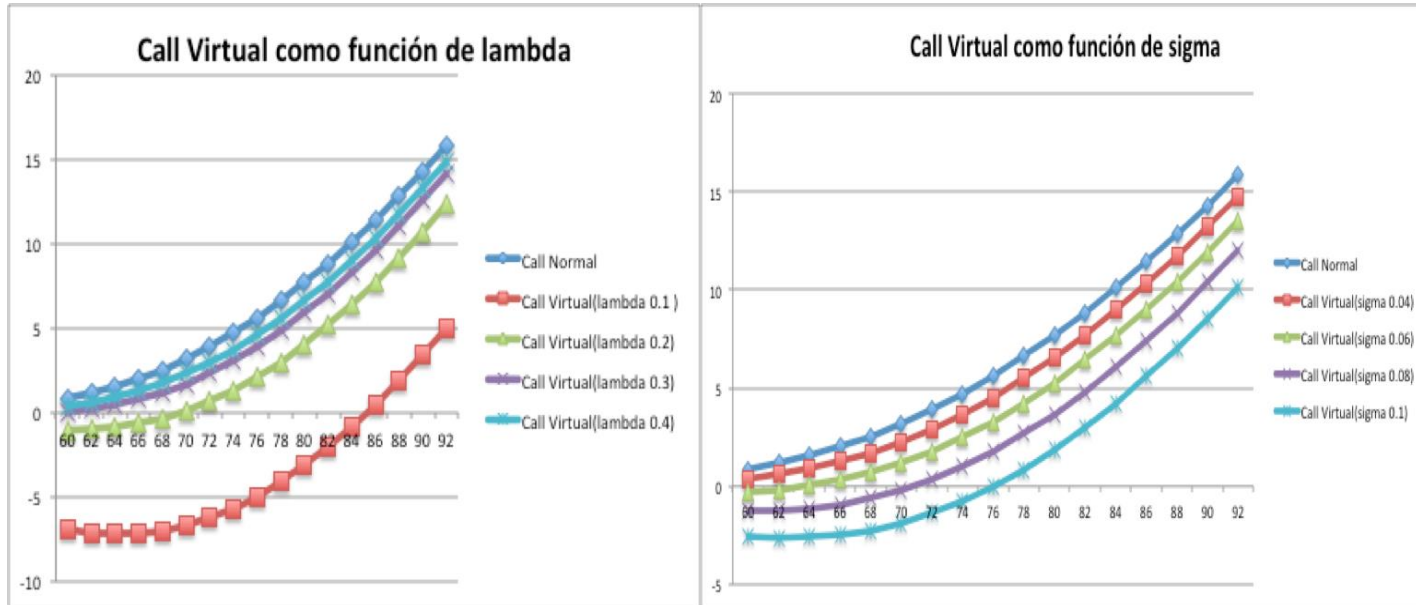
Para estimar el valor de las opciones financieras call y put se utiliza un proceso Ornstein-Uhlenbeck

$$\bar{C}(t, S) = SN \left(\frac{\hat{d}_1(t, S)}{\sqrt{1 + \frac{\Sigma^2}{\lambda^2 \sigma^2} \left(1 + a\xi - \frac{B(T-t)}{T-t}\right)}} \right) - E e^{-r_0(T-t) + \frac{\Sigma^2}{2\lambda^2} [(1+a\xi)(T-t) - B(T-t)]} \times N \left(\frac{\hat{d}_2(t, S) - \frac{\Sigma^2}{\lambda^2 \sigma \sqrt{T-t}} [(1+a\xi)(T-t) - B(T-t)]}{\sqrt{1 + \frac{\Sigma^2}{\lambda^2 \sigma^2} \left(1 + a\xi - \frac{B(T-t)}{T-t}\right)}} \right)$$

$$\bar{P}(t, S) = -E e^{-r_0(T-t) + \frac{\Sigma^2}{2\lambda^2} [(1+a\xi)(T-t) - B(T-t)]} \times N \left(\frac{\hat{d}_2(t, S) - \frac{\Sigma^2}{\lambda^2 \sigma \sqrt{T-t}} [(1+a\xi)(T-t) - B(T-t)]}{\sqrt{1 + \frac{\Sigma^2}{\lambda^2 \sigma^2} \left(1 + a\xi - \frac{B(T-t)}{T-t}\right)}} \right) - SN \left(\frac{-\hat{d}_1(t, S)}{\sqrt{1 + \frac{\Sigma^2}{\lambda^2 \sigma^2} \left(1 + a\xi - \frac{B(T-t)}{T-t}\right)}} \right)$$

1) Motivación 2) El Modelo **3) Resultados** 4) Conclusión 5) Bibliografía

Resultados en Graficas para Opciones



Las graficas anteriores muestran el comportamiento de las opciones Call y Put comparando el caso que incluye arbitraje tradicional con el tradicional para distintos parametros

1) Motivación 2) El Modelo **3) Resultados** 4) Conclusión 5) Bibliografía

CAPM con arbitraje virtual

De la misma forma que en el caso de los derivados, se puede incluir la incorporación de un arbitraje dentro de un portafolio, la aparición de un rendimiento en un cierto momento del tiempo

$$\frac{d\Pi}{dt} - r_0\Pi = 0 \quad \Pi(0) = 1$$

Y se considera una función de reacción del mercado que va disminuyendo el rendimiento extraordinario

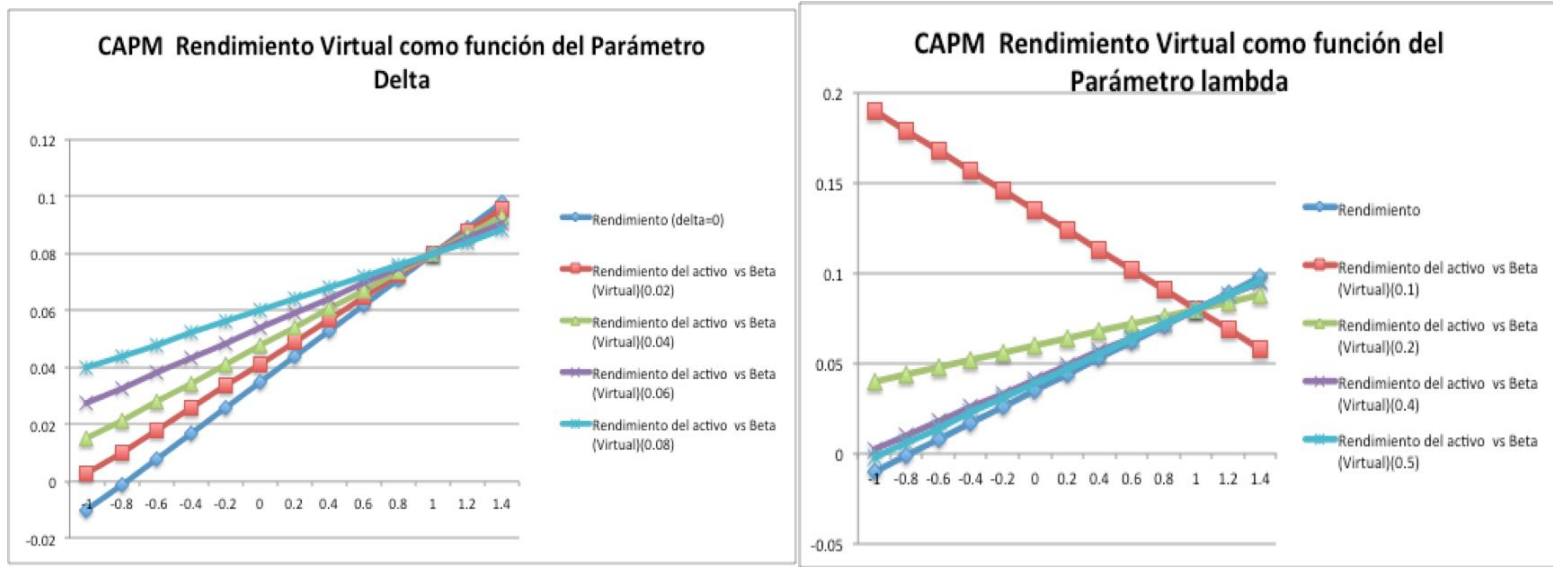
$$\frac{d\mathcal{R}}{dt} = -\lambda\mathcal{R} \quad \mathcal{R}(\tau) = v(\tau, \Pi)$$

Primero se hace la estimación para el modelo APT, donde se introduce una base a del mismo con la metodología Gram-Schmidt, luego se hace la particularización al CAPM y se llega a

$$\bar{r}_i \approx r_0 + \beta_i(\bar{r}_m - r_0) + \frac{\Delta}{2\lambda^2}(1 - \beta_i) \sum_{k=2}^N e_{k,i}^2$$

1) Motivación 2) El Modelo **3) Resultados** 4) Conclusión 5) Bibliografía

Resultados en Graficas para CAPM



Las graficas anteriores muestran el comportamiento CAPM comparando el caso que incluye arbitraje tradicional con el tradicional para distintos parámetros

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultado 4) **Conclusión** 5) Bibliografía

- **Conclusión**

-
- Utilizando Teoría de Norma en finanzas, en especial aplicado en teoría de derivados y de portafolios, a través de los conceptos de haz fibrado, curvatura, transporte paralelo curvatura pueden deducirse las ecuaciones tradicionales de Black-Scholes y del modelo CAPM.
-
- A partir del mismo formalismo de teoría de norma, puede ampliarse a la consideración fuera de equilibrio, considerando la posibilidad de arbitraje donde de la misma forma se puede deducir y proponer una solución equivalente de Black-Scholes y CAPM. El arbitraje puede considerarse como una fuerza en física y geoméricamente como una deformación de un espacio con curvatura.
-
- Se deduce y grafican los precios de opciones call y put como función de ciertos parámetros. A medida que el coeficiente de la velocidad de reacción λ del mercado ante arbitraje virtual aumenta, (en el caso que λ tiende a infinito) el valor de call virtual se va aproximando al comportamiento del call tradicional de equilibrio y el funcionamiento se mueve en dirección contraria con para la desviación estándar del ruido blanco, el parámetro Σ .
-
- En el caso del CAPM al momento de aumentar el valor de la función de velocidad de reacción λ , la pendiente va acercándose a cero iniciando desde valor negativo y luego empieza a crecer, con el parámetro delta ocurre, a medida que aumenta el parámetro disminuye la pendiente.

1) Motivación 2) El Modelo 3) Resultado 4) Conclusión 5) **Bibliografía**

- **Bibliografía**
- Black, F and Scholes, 1973, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, 81, 637-59
-
- Farinelli S, 2014, geometric Arbitrage Theory and market Dynamics, PDF, Octubre 2014, Disponible en <http://arxiv.org/pdf/0910.1671.pdf>
-
- Ilinski K., 2001, *Physics of Finance: Gauge Modelling in Non-equilibrium Pricing*, , NY USA, John Wiley and Sons, PDF, Octubre 2014, Disponible en <http://arxiv.org/abs/hep-th/9712034>
-
- Ilinski K., Kalinin G., 1998, Black-Scholes equation from gauge theory of arbitraje, PDF,
- Sornette D., 1998, Gauge theory of Finance?, PDF, Octubre 2014, Disponible en <http://arxiv.org/abs/cond-mat/9804045>
-
- Zhou S., Xiao L., 2010, An application of Symmetry Approach to Finance: Gauge Symmetry in Finance, *Symmetry* 2010, 2, 1763-1775
-